

## REVIEW

# Oscilações de neutrinos

P. H. P. Cintra

Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil

Author for correspondence: P. H. P. Cintra, Email: pedrohpc@ifi.unicamp.br.

### Abstract

Neste breve trabalho, pretendemos fazer uma revisão das formulações teóricas por trás da oscilação de neutrinos. Veremos que para se obter uma descrição condizente com a localidade dos processo de produção e detecção, é necessário utilizar a formulação por pacotes de onda. Como consequência, a decoerência entre os neutrinos massivos tende a suprimir a oscilação para distâncias muito maiores que  $L_{jk}^{\text{coh}}$ . Além disso, veremos que as amplitudes da probabilidade de oscilação dependem do processo que criou e detectou os neutrinos, entretanto, no caso onde os experimentos não são capazes de diferenciar tais sutilezas, a expressão para a probabilidade de transição se reduz à expressão usualmente conhecida.

## 1. INTRODUÇÃO

Desde a sua hipótese levantada por Pauli em 1930 (Pauli, 1930), passando por sua descoberta em 1956 por Frederick Reines e Clyde Cowan (Reines & COWANjun, 1956), até hoje, o neutrino tem sido uma partícula envelopada de mistérios. Dentre as várias características únicas que o neutrino possui, a oscilação de sabores é uma das mais fascinantes.

Ao contrário das demais partículas fundamentais, neutrinos criados em um sabor  $\alpha$ , como neutrino elétron por exemplo, podem ser mais tarde detectados possuindo um sabor  $\beta$ , como neutrino múon. O estudo da oscilação de neutrinos é uma ferramenta para sondar possíveis evidências de física além do modelo padrão. Atualmente, diversos experimentos estão em andamento ou construção para se estudar a oscilação de neutrinos (Gonzalez-Garcia et al., 2016).

Neste trabalho veremos, de um ponto de vista teórico, como se dá a oscilação de sabores entre os neutrinos. Primeiro estudaremos a derivação usual para a probabilidade de oscilação  $\alpha \rightarrow \beta$  em termos da energia e da distância percorrida. Em seguida, veremos formulações mais robustas e com bases teóricas mais fortes e compararemos estas formulações com a derivação usual. Uma característica peculiar que veremos ao final é a supressão da oscilação devido à decoerência dos pacotes de onda que formam o estado de sabor.

Este trabalho tem como principal referência e fonte de consulta o livro Giunti & Kim (2007) e as referências contidas no mesmo. Recomenda-se ao leitor mais curioso que consulte o livro para maior detalhamento e mais discussões envolvendo o tema, incluindo a oscilação de neutrinos na matéria.

## 2. DERIVAÇÃO

Na derivação usual da oscilação de neutrinos, consideramos um neutrino de sabor  $\alpha = e, \mu, \tau$  que foi criado em uma interação de corrente carregada juntamente a um lépton ou anti-lépton  $l_{\alpha}^{\pm}$ . O estado de sabor do neutrino é descrito por

$$|\nu_{\alpha}\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (1)$$

onde  $U_{\alpha k}^*$  é o elemento de matriz de mistura entre os estados de sabor e os estados de massa. Geralmente, esta matriz é diagonal, fazendo com que  $|\nu_{\alpha}\rangle = |\nu_k\rangle$ . Para garantir que os estados de sabor do neutrino sejam normalizados, devemos ter uma normalização em torno dos estados de massa também

$$\langle \nu_k | \nu_j \rangle = \delta_{kj} \Rightarrow \langle \nu_{\alpha} | \nu_{\beta} \rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad (2)$$

Notem que como há três sabores de neutrino, a quantidade mínima de estados de massa para os neutrinos é três. No caso de haverem mais que três estados de massa, isso implica na existência de um quarto neutrino estéril que não interage via força fraca.

A evolução temporal do estado de sabor do neutrino pode então ser descrita em termos do operador de evolução temporal para os estados de massa

$$|\nu_{\alpha}(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle. \quad (3)$$

Utilizando a relação de unitariedade entre a matriz de mistura

$$U^\dagger U = 1 \Rightarrow \sum_{\alpha} U_{\alpha k}^* U_{\alpha j} = \delta_{kj}, \quad (4)$$

podemos expressar os estados de massa em termos dos estados de sabor

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha k} |\nu_{\alpha}\rangle. \quad (5)$$

Substituindo esta expressão na evolução temporal do estado  $\alpha$ , obtemos

$$|\nu_{\alpha}(t)\rangle = \sum_{\beta} \left( \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_{\beta}\rangle \quad (6)$$

Sendo assim, a sobreposição dos estados de massa  $|\nu_{\alpha}\rangle$ , que é um estado puro de sabor, se torna um estado misto de sobreposição de estados de sabor, a não ser que  $U$  seja diagonal. A amplitude de transição do estado  $\alpha$  para  $\beta$  é dada simplesmente por

$$A_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(t) = \langle \beta | \alpha(t) \rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k t} \quad (7)$$

e a probabilidade de se encontrar um neutrino que inicialmente foi produzido no estado  $\alpha$ , no estado  $\beta$  é escrita como

$$P_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(t) = |A_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(t)|^2 = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t} \quad (8)$$

No caso de neutrinos sendo ultra relativísticos, ou seja,  $\nu \approx c^a$ , podemos escrever a energia do neutrino em termos da massa correspondente dos estados de massa que compõe o estado de sabor.

$$E_k \approx E + \frac{m_k^2}{2E} \quad (9)$$

sendo  $E = |\vec{p}|$ . Dessa forma

$$E_k - E_j \approx \frac{\Delta m_{jk}^2}{2E} \quad (10)$$

<sup>a</sup>Não confunda ultra relativístico com apenas relativístico. O termo relativístico é utilizado quando a velocidade de uma partícula não é desprezível, comparada à velocidade da luz. Uma partícula com velocidade  $\nu = 0.1c$  por exemplo, é relativística. Já o termo ultra relativístico é usado para quando a velocidade de uma partícula é muito próximo de  $c$ , como  $\nu = 0.99c$ , por exemplo.

Assim, podemos expressar a probabilidade de transição entre os sabores  $\alpha$  e  $\beta$  do neutrino em termos da diferença de massa entre os autoestados massivos e a energia total do neutrino.

$$P_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(t) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i \frac{\Delta m_{jk}^2}{2E} t}. \quad (11)$$

É útil buscar expressar a probabilidade em termos da distância percorrida pelo neutrino, ao invés do tempo, uma vez que de um ponto de vista experimental, não é o tempo de propagação a variável medida, mas sim a distância percorrida e a energia das partículas. Isso é razoavelmente simples, lembrando que  $t = \nu L \approx cL$  e, em unidades naturais,  $c = 1$ , logo  $t = L$ .

$$P_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(L, E) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp \left( -i \frac{\Delta m_{jk}^2 L}{2E} \right) \quad (12)$$

No caso de antineutrinos, temos apenas uma alteração nos elementos de matriz de mistura entre os estados, uma vez que a relação entre o antineutrino de sabor  $\alpha$  e os estados de massa  $k$  é

$$|\bar{\nu}_{\alpha}\rangle = \sum_k U_{\alpha k} |\bar{\nu}_k\rangle \quad (13)$$

O que faz que a probabilidade de transição entre sabores é dada por

$$P_{\bar{\nu}_{\alpha} \rightarrow \bar{\nu}_{\beta}}(L, E) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp \left( -i \frac{\Delta m_{jk}^2 L}{2E} \right) \quad (14)$$

Note que a fase da oscilação é determinada pela diferença do quadrado das massas dos neutrinos! Isso permite determinar a diferença do quadrado das massas dos neutrinos a partir de experimentos envolvendo oscilações de neutrinos. Infelizmente, isso ainda mantém oculta a massa de cada estado. Note também que a amplitude de oscilação é dada pelos elementos da matriz de mistura entre os estados de sabor e os de massa, esta matriz é uma constante da natureza que também pode ser determinada a partir de experimentos envolvendo oscilação de neutrinos.

### 3. DOIS NEUTRINOS

Em alguns experimentos de neutrinos, não há sensibilidade para todos os sabores, sendo assim podemos aproximar a oscilação para um sistema de dois neutrinos apenas. Os estados de dois sabores são dados por sobreposição linear dos estados de massa com uma matriz de mistura  $2 \times 2$  dada de forma geral por

$$U = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (15)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de mistura e só há um termo no somatório para a probabilidade de oscilação entre os sabores.

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(E, L) = \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \left[ 1 - \cos\left(\frac{\Delta m^2 L}{2E}\right) \right] \Rightarrow \quad (16)$$

$$\Rightarrow P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(E, L) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right)$$

#### 4. PROBABILIDADE MÉDIA DE TRANSIÇÃO

Pensando na prática, é impossível se medir a oscilação de um único neutrino. Em experimentos, há vários e vários neutrinos sendo emitidos e portanto as oscilações medidas são apenas médias de um ensemble de partículas.

Vamos considerar o caso simples de dois neutrinos, nessa situação a probabilidade média de transição é dada em termos da média do cosseno dada uma distribuição  $\phi(L/E)$  da população de neutrinos.

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(E, L) \rangle = \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \left[ 1 - \left\langle \cos\left(\frac{\Delta m^2 L}{2E}\right) \right\rangle \right] \quad (17)$$

sendo

$$\left\langle \cos\left(\frac{\Delta m^2 L}{2E}\right) \right\rangle = \int \cos\left(\frac{\Delta m^2 L}{2E}\right) \phi\left(\frac{L}{E}\right) d\frac{L}{E} \quad (18)$$

No caso de uma distribuição gaussiana com média  $\langle L/E \rangle$  e desvio padrão  $\sigma_{L/E}$

$$\phi\left(\frac{L}{E}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{L/E}^2}} \exp\left[-\frac{(L/E - \langle L/E \rangle)^2}{2\sigma_{L/E}^2}\right] \quad (19)$$

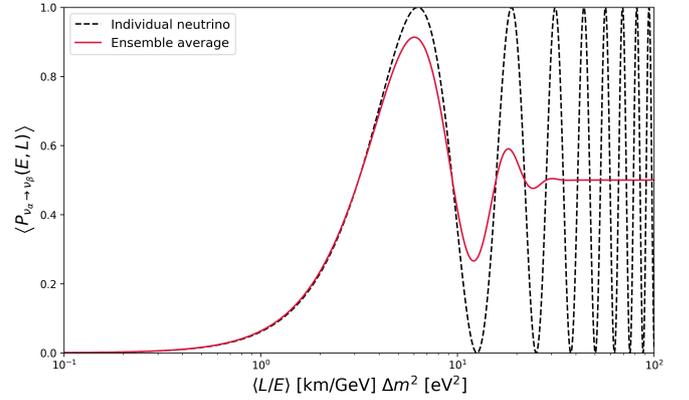
O cálculo desta integral nos retorna

$$\left\langle \cos\left(\frac{\Delta m^2 L}{2E}\right) \right\rangle = \cos\left(\frac{\Delta m^2}{2} \left\langle \frac{L}{E} \right\rangle\right) \times \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta m^2}{2} \sigma_{L/E}\right)^2\right] \quad (20)$$

Portanto, a probabilidade média de oscilação do neutrino é

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(E, L) \rangle = \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \left[ 1 - \cos\left(\frac{\Delta m^2}{2} \left\langle \frac{L}{E} \right\rangle\right) \right] \times \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta m^2}{2} \sigma_{L/E}\right)^2\right] \quad (21)$$

Esse fenômeno faz com que as frações de cada um dos dois sabores se estabilizem conforme  $\langle L/E \rangle$  aumenta (Figura 1). Esse cenário pode ser um típico cenário de oscilação de neutrinos observada em aceleradores.



**Figure 1.** Média de oscilação medida em uma distribuição gaussiana de  $L/E$  em uma população de neutrinos. A curva pontilhada representa probabilidade de oscilação individual entre os dois sabores enquanto que a curva vermelha contínua é a probabilidade média observada.

#### 4.1 Caso de 3 sabores

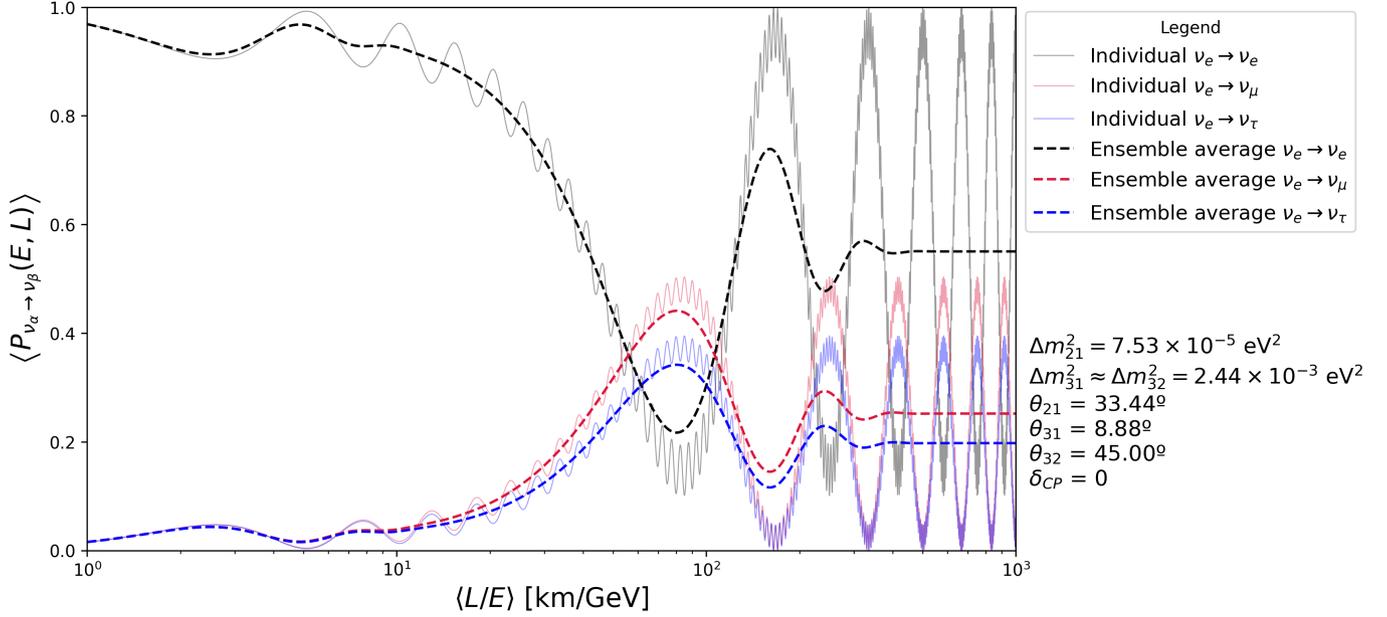
No caso de termos 3 sabores de neutrinos diferentes, a única alteração é que estaremos calculando a soma de vários valores médios de cossenos e senos, ao invés de apenas um. Nessa situação, o valor médio do seno, é dado de forma análoga ao do cosseno. Para uma distribuição gaussiana de  $\langle L/E \rangle$ , obtemos

$$\left\langle \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \right\rangle = \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2}{2} \left\langle \frac{L}{E} \right\rangle\right) \times \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta m_{kj}^2}{2} \sigma_{L/E}\right)^2\right] \quad (22)$$

Com isso, a probabilidade média de oscilação, que nos retorna a fração de cada sabor na distribuição de neutrinos é dada por

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) \rangle = \delta_{\alpha\beta} - \sum_{k>j} \Re[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \times \left[ 1 - \left\langle \cos\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \right\rangle \right] + 2 \sum_{k>j} \Im[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \times \left\langle \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \right\rangle \quad (23)$$

O resultado dessa oscilação é mostrado na figura 2 para um feixe inicial de neutrinos elétron  $\nu_e$ , que estabiliza nas frações 0.550, 0.252, 0.198 para os sabores  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  respectivamente.



**Figure 2.** Média de oscilação medida em uma distribuição gaussiana de  $L/E$  em uma população de neutrinos. As curvas pontilhadas representam as médias de probabilidades de oscilação observadas e as curvas fracas representam as probabilidades de oscilação individuais. Os parâmetros utilizados para construção dos gráficos foram retirados dos dados experimentais de oscilação de neutrinos, facilmente consultados em [https://en.wikipedia.org/wiki/Neutrino\\_oscillation](https://en.wikipedia.org/wiki/Neutrino_oscillation).

## 5. TEORIA DE ONDAS PLANAS

Até o momento, vimos a formulação de oscilação de neutrinos a partir de alguns pontos que são pressupostos como o fato de que os neutrinos produzidos em interações de corrente carregada podem ser descritos por estados de sabores com um momento definido, o que significa que todas as componentes dos neutrinos massivos também possui momento bem definido. Estas hipóteses pressupostas fragilizam a robustez da teoria uma vez que não há aparente motivo para assumir elas. Nesta seção, veremos que a partir da teoria quântica de campos podemos encontrar as probabilidades de oscilações e a hipótese de momentos iguais se torna irrelevante para este fim.

A partir deste ponto, um conhecimento prévio de teoria quântica de campos (TQC) é muito útil. Em TQC, o estado assintótico final em  $t \rightarrow \infty$  de uma partícula  $|f\rangle$  é dado pela aplicação da matriz de interação  $\mathcal{M}$  no estado inicial  $|i\rangle$ , isto é,  $|f\rangle = \mathcal{S}|i\rangle$ . Se o estado final for uma sobreposição de estados ortogonais normalizados  $|f_k\rangle$ , simplesmente  $|f\rangle = \sum_k A_k |f_k\rangle$ , onde

$$A_k = \langle f_k | f \rangle = \langle f_k | \mathcal{S} | i \rangle \quad (24)$$

são as amplitudes de produção de cada estado final normalizado. O estado de sabor de um neutrino é definido como o estado produzido em uma interação de corrente carregada juntamente a um lépton carregado  $l_\alpha^\pm$ , ou o estado que descreve um neutrino que é detectado em um experimento. Ou seja, o estado de sabor é o estado que descreve como o neutrino interage com outras partículas.

Consideramos um decaimento genérico  $P_I \rightarrow P_F + l_\alpha^\pm + \nu_\alpha$  que produz neutrinos, sendo  $P_I$  o estado inicial da partícula

que decai e  $P_F$  o estado final. O mesmo método pode ser usado para descrever o neutrino produzido em um processo de espalhamento  $l_\alpha^\pm + P_I \rightarrow P_F + \nu_\alpha$ .

O estado final do decaimento é dado por  $|f\rangle = \mathcal{S}|i\rangle$ . Como todo o estado final contém todos os possíveis canais de decaimento, ele pode ser reescrito como

$$|f\rangle = \sum_k A_{\alpha k}^P |\nu_k, l_\alpha^\pm, P_F\rangle + \dots \quad (25)$$

Aqui, já levamos em conta que o estado de sabor do neutrino é uma sobreposição coerente de estados de massa. Lembrando que  $A_{\alpha k}^P = \langle \nu_k, l_\alpha^\pm, P_F | f \rangle = \langle \nu_k, l_\alpha^\pm, P_F | \mathcal{S} | P_I \rangle$ , podemos projetar o estado final nos estados compostos por  $|\nu_k, l_\alpha^\pm, P_F\rangle$  e normalizar para obter o estado de sabor do neutrino

$$|\nu_\alpha^P\rangle = \left( \sum_i |A_{\alpha i}^P|^2 \right)^{-1/2} \sum_k A_{\alpha k}^P |\nu_k\rangle \quad (26)$$

Sendo assim, o estado de sabor é dado por uma sobreposição coerente de estados de massa onde os coeficientes  $A_{\alpha k}^P$  são as amplitudes de produção dos estados massivos  $|\nu_k\rangle$  no processo de decaimento  $P$ .

De forma análoga, podemos construir o estado do neutrino que foi detectado em uma interação de espalhamento  $\nu_\alpha + D_I \rightarrow D_F + l_\alpha^\pm$ .

$$|\nu_\alpha^D\rangle = \left( \sum_i |A_{\alpha i}^D|^2 \right)^{-1/2} \sum_k A_{\alpha k}^D |m_k\rangle \quad (27)$$

Apesar de ambas as expressões terem a mesma forma, elas possuem significados diferentes. O estado de sabor na produção  $P$  de um neutrino descreve o estado inicial de propagação do neutrino. Já o estado de sabor na detecção  $D$  não descreve um neutrino se propagando, mas sim a componente do estado que se propaga que pode interagir e gerar um lépton com o sabor corrente através de uma interação fraca.

Para se compreender a conexão entre os estados de sabor na produção e na detecção e o estado de sabor padrão, utilizamos a matriz  $S$

$$S = 1 - i \int \mathcal{H}_{CC} d^4x \quad (28)$$

onde  $\mathcal{H}_{CC}$  é a Hamiltoniana perturbativa de interação por corrente carregada

$$\mathcal{H}_{CC} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} j_P^\dagger(x) j^P(x) \quad (29)$$

sendo  $G_F$  a constante de Fermi e a corrente de interação carregada dada por<sup>b</sup>

$$\begin{aligned} j^P(x) &= \sum_{\alpha} \bar{\nu}_{\alpha}(x) \gamma^P (1 - \gamma^5) l_{\alpha}(x) + h^P(x) = \quad (30) \\ &= \sum_{\alpha} \sum_k U_{\alpha k}^* \bar{\nu}_k(x) \gamma^P (1 - \gamma^5) l_{\alpha}(x) + h^P(x) \end{aligned}$$

As taxas de produção e detecção podem ser escritas como

$$A_{\alpha k}^P = U_{\alpha k}^* \mathcal{M}_{\alpha k}^P \quad (31)$$

$$A_{\alpha k}^D = U_{\alpha k}^* \mathcal{M}_{\alpha k}^D \quad (32)$$

Podemos reescrever os estados de sabor na produção e na detecção como

$$|\nu_{\alpha}^P\rangle = \sum_k \frac{\mathcal{M}_{\alpha k}^P}{\sqrt{\sum_j |U_{\alpha j}|^2 |\mathcal{M}_{\alpha j}^P|^2}} U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (33)$$

$$|\nu_{\alpha}^D\rangle = \sum_k \frac{\mathcal{M}_{\alpha k}^D}{\sqrt{\sum_j |U_{\alpha j}|^2 |\mathcal{M}_{\alpha j}^D|^2}} U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (34)$$

Essa expressão é similar à equação 1, exceto pela adição de um termo relacionado ao processo de produção e detecção do neutrino. Portanto, para os experimentos em que a produção do neutrino de massa não depende do processo (ou ao menos o experimento não consegue diferenciar),  $\mathcal{M}_{\alpha k} = \mathcal{M}_{\alpha}$ , cancelando este termo e recuperando a relação padrão entre os estados de sabor e de massa. Logo, os estados de sabor padrões

<sup>b</sup>O leitor mais curioso ou não familiarizado com a formulação de teoria quântica de campos pode buscar compreender melhor a teoria nos livros do Mandl, Shaw e do Yang.

que introduzimos na seção 2 são na verdade aproximações dos estados de sabor na produção e detecção em experimentos em que não há sensibilidade para observar a diferença de taxa de interação devido às massas dos neutrinos.

Consideremos agora um experimento de oscilação de neutrinos. Se o processo de produção e detecção são ambos separados por um intervalo de espaço-tempo  $(L, T)$ , o neutrino se propaga livremente evoluindo para o estado

$$|\nu(L, T)\rangle = e^{-ip^0 T + ipL} |\nu_{\alpha}^P\rangle \quad (35)$$

A amplitude de transição entre o estado de sabor  $\alpha$  e  $\beta$  é dada, no processo de detecção, por

$$A_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(L, T) = \langle \nu_{\beta}^D | \nu(L, T) \rangle = \langle \nu_{\beta}^D | e^{-ip^0 T + ipL} |\nu_{\alpha}^P\rangle \quad (36)$$

Uma vez que os estados de massa possuem momento bem definido, mesmo que não necessariamente igual aos estados de sabor, temos, na aproximação de ondas planas

$$P^{\mu} |\nu_k\rangle = p_k^{\mu} |\nu_k\rangle \quad (37)$$

Usando a normalização  $\langle \nu_k | \nu_j \rangle = \delta_{kj}$ , obtemos

$$A_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(L, T) = \left( \sum_i |A_{\alpha i}^P|^2 \right)^{-1/2} \left( \sum_i |A_{\beta i}^D|^2 \right)^{-1/2} \times \quad (38)$$

$$\times \sum_k A_{\alpha k}^P A_{\beta k}^{D*} e^{-iE_k T + ip_k L}$$

onde  $p^0 = E_k$ . A aproximação de onda plana com o intervalo de espaço-tempo entre a produção e a detecção dos estados nos permite levar em consideração tanto a diferença de energia quanto a diferença de momento entre os estados de massa. Agora, como os neutrinos são ultra-relativístico, aplicamos novamente a aproximação  $L \approx T^c$ . Neste caso acabamos com

$$\begin{aligned} -E_k T + p_k L &= -(E_k - p_k) L = -\frac{E_k^2 - p_k^2}{E_k + p_k} L = -\frac{m_k^2}{E_k + p_k} L \approx \\ &\approx -\frac{m_k^2}{2E} L \end{aligned} \quad (39)$$

onde  $E$  é a energia do neutrino sem incluir a contribuição da energia de repouso da massa, que é praticamente nula. Devido a esta relação de dispersão, mostramos que a fase dos diferentes momentos entre os estados de massa dos neutrinos é irrelevante para a probabilidade de oscilação. Finalmente,

<sup>c</sup>Aqui há um problema, pois na aproximação de ondas planas, o estado está espalhado por todo o espaço e portanto não existe localidade de um evento. Para se descrever bem a propagação de uma partícula local é necessária usar a formulação do pacote de onda.

elevando a amplitude de oscilação ao quadrado, obtemos a probabilidade final de oscilação de sabor nos neutrinos como

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \left( \sum_i |A_{\alpha i}^P|^2 \right)^{-1} \left( \sum_i |A_{\beta i}^D|^2 \right)^{-1} \times (40)$$

$$\times \sum_{k,j} A_{\alpha k}^P A_{\beta k}^{D*} A_{\alpha j}^{P*} A_{\beta j}^D \exp \left( -i \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \right)$$

Usando a forma de  $A$  dada pelas equações (31) e (32), obtemos finalmente

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sum_{k,j} \left( \frac{\mathcal{M}_{\alpha k}^P \mathcal{M}_{\alpha j}^{P*}}{\sum_i |U_{\alpha i}|^2 |\mathcal{M}_{\alpha i}^P|^2} \right) \times (41)$$

$$\times \left( \frac{\mathcal{M}_{\beta k}^D \mathcal{M}_{\beta j}^{D*}}{\sum_i |U_{\beta i}|^2 |\mathcal{M}_{\beta i}^D|^2} \right) U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \times$$

$$\times \exp \left( -i \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \right)$$

Esta é a mesma expressão para a oscilação de neutrinos usual, porém a com a adição de termos relacionados à matriz de interação  $\mathcal{M}$  que gerou e que detectou o neutrino. O efeito disso está na amplitude de oscilação, não na frequência. Atualmente, os experimentos não tem resolução o suficiente para diferenciar as taxas de criação dos estados de massa a partir de processos diferentes, portanto esta equação se torna a equação usual introduzida na seção 2.

### 5.1 Fase de oscilação

Como dito anteriormente, até o momento havíamos suposto que todos os momentos dos estados massivos do neutrino estavam alinhados na direção de propagação e possuíam magnitudes iguais. Veremos agora o efeito que a ausência desta hipótese faz.

O momento dos neutrinos massivos criados durante a sua produção dependem do processo que os criou (decaimento do píon em um múon, por exemplo  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ ). Chamamos de  $\vec{p}_k$  e  $E_k$  o momento e a energia do  $k$ -ésimo neutrino massivo. Pela relação de dispersão entre energia e momento, podemos escrever

$$\vec{p}_k \approx \vec{p} - \vec{\xi} \frac{m_k^2}{2E} (42)$$

onde  $\vec{p}$  e  $E$  são o momento e a energia de um neutrino não massivo, e  $\vec{\xi}$  é dado por

$$\frac{\vec{\xi}}{2E} = - \left. \frac{\partial \vec{p}_k}{\partial m_k^2} \right|_{m_k=0} (43)$$

e depende também do processo de produção do neutrino. A equação (42) implica que se  $\vec{\xi}$  não estiver colinear com  $\vec{p}$ , os diferentes neutrinos massivos irão se propagar em direções diferentes. Dada esta aproximação para o momento de  $\nu_k$ , podemos também escrever a energia como

$$E_k \approx E + \left( 1 - \frac{\vec{p} \cdot \vec{\xi}}{E} \right) \frac{m_k^2}{2E} (44)$$

Para tratar da possibilidade de não colinearidade entre  $\vec{\xi}$  e  $\vec{p}$ , mudaremos para um referencial que sofre um *boost* de velocidade  $V$  que é ortogonal a  $\vec{p}$ . Neste caso, as novas coordenadas são dadas, a partir das transformações de Lorentz, por

$$p'_{k\parallel} = p_{k\parallel} = p_k (45)$$

$$p'_{k\perp} = -\frac{V}{\sqrt{1-V^2}} E_k (46)$$

O ângulo de propagação do neutrino  $\nu_k$  neste referencial, em relação à direção de propagação no referencial inercial, é

$$\tan(\theta'_k) = \frac{p'_{k\perp}}{p'_{k\parallel}} = -\frac{V}{\sqrt{1-V^2}} \left( 1 + \frac{m_k^2}{2E^2} \right) (47)$$

Note que este ângulo depende da massa do neutrino, portanto no referencial que sofreu o *boost*, os diferentes estados de massas diferentes se propagam em direções diferentes, o que viola o que foi inicialmente suposto para a derivação da probabilidade de oscilação dos estados de sabor. Resta-nos verificar o efeito desta diferença na oscilação.

Calcularemos então a fase  $\phi_k = -E_k T + \vec{p}_k \cdot \vec{L}$  que entra na amplitude de oscilação (38). Primeiro, vamos nos livrar da aproximação de que  $L = T$ , isto é, vamos considerar um desvio entre o tempo de viagem e a distância viajada<sup>d</sup> dado por

$$T = \frac{L}{\langle \vec{v} \rangle} (1 + \varepsilon T) (48)$$

sendo  $\langle \vec{v} \rangle$  a velocidade média dos neutrinos de massas diferentes

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\vec{p}_k}{E_k} \approx \frac{\vec{p}}{E} - \left[ \frac{\vec{p}}{E} \left( 1 - \frac{\vec{p} \cdot \vec{\xi}}{E} \right) + \vec{\xi} \right] \frac{\overline{m^2}}{2E^2} (49)$$

e  $\overline{m^2}$  é a média das massas quadradas dos neutrinos massivos

$$\overline{m^2} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N m_k^2 (50)$$

<sup>d</sup>Vale lembrar neste ponto que estamos usando unidades naturais.

O módulo da velocidade média fica expresso na forma ultrarelativística  $|\langle \vec{v} \rangle| \approx 1 - \overline{m^2}/2E^2$ . Já que neutrinos são ultrarelativísticos,  $\varepsilon_T \ll 1$ . Sendo assim

$$T \approx L(1 + \varepsilon_T) \left( 1 + \frac{\overline{m^2}}{2E^2} \right) \quad (51)$$

Voltemos agora para a não colinearidade entre  $\vec{\xi}$  e  $\vec{p}$  (lembrando que  $\vec{p}$  está na mesma direção que  $\vec{L}$ ). Consideremos um desvio nesta colinearidade

$$\langle \vec{p} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \vec{p}_k \approx \vec{p} - \vec{\xi} \frac{\overline{m^2}}{2E} \quad (52)$$

Este desvio é adequado para o fato que estamos estudando o cenário com vários neutrinos massivos de massas diferentes compondo nosso estado de sabor. Podemos reescrever

$$\frac{\langle \vec{p} \rangle}{|\langle \vec{p} \rangle|} = \frac{\vec{L}}{L} + \vec{\varepsilon}_L \quad (53)$$

sendo  $|\vec{\varepsilon}_L| \ll 1$  pelo mesmo motivo de  $\varepsilon_T$ . Como a razão  $\overline{m^2}/E^2$  é extremamente pequena, aproximamos

$$\vec{p} \approx E \left( \frac{\vec{L}}{L} + \vec{\varepsilon}_L \right) \quad (54)$$

o que implica agora na seguinte forma para a energia

$$E_k \approx E + \left( 1 - \frac{\vec{L} \cdot \vec{\xi}}{L} - \vec{\varepsilon}_L \cdot \vec{\xi} \right) \frac{m_k^2}{2E} \quad (55)$$

Juntando as equações (55), (51) e (42) na fase de oscilação (38) e chamando de  $\Delta\phi_{kj}$  a diferença entre as fases de  $\phi_k - \phi_j$ , obtemos, em primeira ordem em  $\varepsilon_T$  e  $|\vec{\varepsilon}_L|$

$$\Delta\phi_{jk} \approx -\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} + \varepsilon_{kj} \quad (56)$$

onde

$$\varepsilon_{kj} = \left[ \vec{\varepsilon}_L \cdot \vec{\xi} - \varepsilon_T \left( 1 - \frac{\vec{L} \cdot \vec{\xi}}{L} \right) \right] \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \quad (57)$$

Ou seja, a fase de oscilação da exponencial complexa é adicionada em um termo que depende da direção de propagação do neutrino massivo  $\nu_k$ . Entretanto, como ambos  $\varepsilon_T$  e  $|\vec{\varepsilon}_L|$  são muito pequenos, a contribuição de ambos é desprezível a não ser que  $\Delta m_{kj}^2 L/2E \gg 1$ . Entretanto, já sabemos que

$10^{-3} \geq \Delta m_{kj}^2 \leq 10^{-5}$ . Portanto, a única forma de se obter  $\Delta m_{kj}^2 L/2E \gg 1$  é caso a razão  $L/E$  seja muito grande. Entretanto, neste caso, a oscilação não ocorre pois é suprimida pela média sobre a resolução do detector (Veja a sessão ??). Portanto, na região onde ocorre oscilações mensuráveis e que possam afetar interações, os termos  $\varepsilon_T$  e  $|\vec{\varepsilon}_L|$  fazem o efeito da diferença de propagação dos neutrinos massivos ser desprezível.

Concluimos então que mesmo fora da aproximação  $L = T$  e de momentos alinhados para os estados de massa, não obtemos diferenças relevantes para a oscilação de neutrinos.

## 6. PACOTE DE ONDA

Finalmente, há um último tratamento que devemos levar em consideração para se obter a descrição mais realística das oscilações de neutrinos. Ondas planas são espalhadas por todo o espaço de forma periódica e portanto não podem descrever eventos localizados de criação e detecção dos neutrinos. Como visto em livros introdutórios de mecânica quântica, partículas reais são dadas pela sobreposição de ondas planas conhecidas como pacotes de onda (Sakurai & Commins, 1995).

Vamos começar redefinindo os estados de sabor do neutrino na abordagem dos pacotes de onda. Consideramos novamente um neutrino produzido por um decaimento genérico, o estado final do decaimento leva em conta as distribuições de momento dos neutrinos massivos produzidos

$$|f\rangle = \sum_k \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2E_k} \sum_h \mathcal{A}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) |\nu_k(E_k, \vec{p}, h), l_\alpha^+, P_F\rangle + \dots \quad (58)$$

onde  $\vec{p}$  é o momento do neutrino,  $E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}$  é a energia do neutrino do  $k$ -ésimo neutrino massivo e  $h$  é a helicidade do neutrino. O coeficiente  $\mathcal{A}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h)$  é a amplitude de produção de  $\nu_k$ , que depende da interação

$$\mathcal{A}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) = \langle \nu_k(E_k, \vec{p}, h), l_\alpha^+, P_F | f \rangle = \langle \nu_k(E_k, \vec{p}, h), l_\alpha^+ | \mathcal{S} | P_I \rangle \quad (59)$$

A projeção do estado final  $|f\rangle$  em  $|l_\alpha^+, P_F\rangle$  resulta no estado do neutrino de sabor  $\alpha$  produzido no decaimento  $P$

$$|\nu_\alpha^P\rangle = N_\alpha^P \sum_k \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2E_k} \sum_h \mathcal{A}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) |\nu_k(E_k, \vec{p}, h)\rangle \quad (60)$$

e  $N_\alpha^P$  é o fator de normalização do estado, dado por

$$N_\alpha^P = \left( \sum_k \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2E_k} \sum_h \left| \mathcal{A}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) \right|^2 \right)^{-1/2} \quad (61)$$

O estado de sabor  $\alpha$  do neutrino é descrito por uma sobreposição de neutrinos massivos de distribuições de momento dadas na amplitude de produção de cada neutrino massivo.

Em experimentos de oscilação  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ , a amplitude de transição é dada pelo produto interno entre os estados final e inicial do sabor

$$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(\vec{L}, T) = N_\alpha^P N_\beta^P \sum_k \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2E_k} \sum_h \mathcal{A}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) \times \quad (62)$$

$$\times \mathcal{A}_{\beta k}^{D*}(\vec{p}, h) e^{-iE_k T + i\vec{p} \cdot \vec{L}}$$

Para manter o pacote de onda, supomos a seguinte forma para a amplitude de produção e detecção

$$\mathcal{A}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) \mathcal{A}_{\beta k}^{D*}(\vec{p}, h) \propto U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \times \quad (63)$$

$$\times \mathcal{M}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) \mathcal{M}_{\beta k}^{D*}(\vec{p}, h) \exp \left[ -\frac{(\vec{p} - \vec{p}_k)^2}{4\sigma_p^2} \right]$$

A amplitude de produção é dada por uma gaussiana centrada no momento  $p_k$  do  $k$ -ésimo neutrino massivo e uma incerteza  $\sigma_p$ , estimado como sendo  $\sigma_p^{-2} \approx (\sigma_p^P)^{-2} + (\sigma_p^D)^{-2}$  (Giunti, 2004). Vamos assumir algumas coisas, que na prática sempre são verdades, pois o neutrino é ultrarelativístico:

1.  $\sigma_p \ll \langle p_k \rangle$ ;
2.  $\mathcal{M}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) \mathcal{M}_{\beta k}^{D*}(\vec{p}, h)$  é uma função suave no momento  $\vec{p}$ ;
3.  $\mathcal{M}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) \mathcal{M}_{\beta k}^{D*}(\vec{p}, h)$  não é sensível às massas dos neutrinos. Esta presunção é válida para experimentos de neutrinos atuais. Em um futuro, talvez a resolução dos detectores torne esta última presunção não mais válida.

Sobre essas considerações, podemos reescrever

$$\frac{\mathcal{M}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) \mathcal{M}_{\beta k}^{D*}(\vec{p}, h)}{E_k} = \frac{\mathcal{M}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) \mathcal{M}_{\beta k}^{D*}(\vec{p}, h)}{E} \quad (64)$$

Esta aproximação nos permite fatorar os elementos de matriz fora do somatório em  $k$ . As energias  $E_k$  na fase da exponencial complexa podem ser reescritas como

$$E_k(\vec{p}) \approx E_k + \vec{v}_k \cdot (\vec{p} - \vec{p}_k) \quad (65)$$

Com tudo isso, a expressão para a amplitude de transição assume a forma

$$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} \propto \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k T + i\vec{p}_k \cdot \vec{L}} \times \quad (66)$$

$$\times \int e^{i(\vec{p} - \vec{p}_k) \cdot (\vec{L} - \vec{v}_k T) - \frac{(\vec{p} - \vec{p}_k)^2}{4\sigma_p^2}} d^3 p$$

omitindo os termos que estão apenas associados à normalização, como os elementos de matriz da interação de criação e detecção dos neutrinos  $\mathcal{M}_{\alpha k}^P(\vec{p}, h) \mathcal{M}_{\beta k}^{D*}(\vec{p}, h)$ . A integral sobre  $d^3 p$  na amplitude de transição é uma integral gaussiana, cuja resposta é analítica e dada por<sup>e</sup>

$$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} \propto \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \exp \left[ -iE_k T + i\vec{p}_k \cdot \vec{L} \frac{(\vec{L} - \vec{v}_k T)^2}{4\sigma_x^2} \right] \quad (67)$$

Afim de obter a probabilidade de oscilação como sendo uma função da distância viajada  $L$ , devemos tomar a média da probabilidade de oscilação durante um tempo  $T$ , ou seja

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(\vec{L}) \propto \int P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(\vec{L}, T) dT \quad (68)$$

A integral em  $T$  também é gaussiana e também pode ser calculada analiticamente

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(\vec{L}) \propto \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \times \quad (69)$$

$$\times \exp \left[ -i \left( (E_k - E_j) \frac{\vec{v}_k + \vec{v}_j}{v_k^2 + v_j^2} - (\vec{p}_k - \vec{p}_j) \right) \cdot \vec{L} \right] \times$$

$$\times \exp \left[ -\frac{L^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(\vec{v}_k \cdot \vec{L})^2 + (\vec{v}_j \cdot \vec{L})^2}{2\sigma_x^2(v_k^2 + v_j^2)} - \frac{[(\vec{v}_k - \vec{v}_j) \cdot \vec{L}]^2}{4\sigma_x^2(v_k^2 + v_j^2)} - \frac{(E_k^2 - E_j^2)^2}{4\sigma_p^2(v_k^2 + v_j^2)} \right]$$

Para cada termo do somatório, a primeira exponencial gera uma oscilação enquanto a segunda gera uma supressão que determina as condições para a observação da oscilação de neutrinos.

Vamos simplificar esta equação fazendo uso da expansão do momento médio  $\vec{p}_k$  em termos da massa  $m_k^2$ . Da mesma forma que foi feita na subseção 5.1.

$$\vec{p}_k \approx \vec{p} - \vec{\xi} \frac{m_k^2}{2E} \quad (70)$$

Analogamente, aproximamos

$$E_k \approx E + \left( 1 + \frac{\vec{p} \cdot \vec{\xi}}{E} \right) \frac{m_k^2}{2E} \quad (71)$$

$$\vec{v}_k \approx \frac{\vec{p}}{E} - \left( 1 - \frac{\vec{p} \cdot \vec{\xi}}{E} + \vec{\xi} \right) \frac{m_k^2}{2E^2} \quad (72)$$

<sup>e</sup>Tabelas de integrais gaussianas comuns costumam já ter a resposta para integrais deste formato.

Com isso, a média dos momentos assume também a forma já discutida na sessão 5.1.

$$\langle \vec{p} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \vec{p}_k \approx \vec{p} - \vec{\xi} \frac{m^2}{2E} \quad (73)$$

Novamente considerando um possível desvio da colinearidade entre  $\vec{p}$  e  $\vec{\xi}$

$$\frac{\langle \vec{p} \rangle}{|\langle \vec{p} \rangle|} = \frac{\vec{L}}{L} + \vec{\epsilon}_L \quad (74)$$

Ainda temos a seguinte relação

$$\vec{L} \cdot \vec{\epsilon}_L = -\frac{1}{2} |\vec{\epsilon}_L|^2 L \quad (75)$$

já que ambos os lados da relação dos desvio são iguais a 1. Isso implica que  $|\vec{\epsilon}_L| \leq 2$ . A expansão de ordem 0 na massa do neutrino nos leva a

$$\vec{p} \approx E \left( \frac{\vec{L}}{L} + \vec{\epsilon}_L \right) \quad (76)$$

$$\vec{v}_k \approx \frac{\vec{L}}{L} + \vec{\epsilon}_L \quad (77)$$

Feito tudo isso, podemos reescrever finalmente

$$\begin{aligned} -\frac{L^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(\vec{v}_k \cdot \vec{L})^2 + (\vec{v}_j \cdot \vec{L})^2}{2\sigma_x^2(\nu_k^2 + \nu_j^2)} &\approx \frac{2L(\vec{\epsilon}_L \cdot \vec{L}) + (\vec{\epsilon}_L \cdot \vec{L})^2}{2\sigma_x^2} = \\ &= -|\vec{\epsilon}_L|^2 \left( 1 - \frac{1}{4} |\vec{\epsilon}_L|^2 \right) \frac{L^2}{2\sigma_x^2} \end{aligned} \quad (78)$$

No mundo real  $\sigma_x \ll L$  já que a localidade do evento é muito menor do que a distância entre a fonte produtora e o detector. A probabilidade de transição em (69) não será suprimida, caso  $|\vec{\epsilon}_L|^2 \ll \sigma_x^2/L^2 \ll 1$ .

De um ponto de vista físico,  $|\vec{\epsilon}_L|^2 \ll 1$  faz todo o sentido. Caso o desvio da colinearidade seja grande, as trajetórias dos neutrinos massivos divergem, eliminando a interferência e não há oscilação a ser observada. Além disso, já que  $\vec{\epsilon}_L$  é extremamente pequeno, o seu efeito na supressão das oscilações é insignificante. O único efeito que  $\vec{\epsilon}_L$  pode realizar está na fase de oscilação na exponencial complexa, ou seja, na frequência de oscilação.

$$-\left[ (E_k - E_j) \frac{\vec{v}_k + \vec{v}_j}{\nu_k^2 + \nu_j^2} - (\vec{p}_k - \vec{p}_j) \right] \cdot \vec{L} \approx -\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} (1 - \vec{\epsilon}_L \cdot \vec{\xi}) \quad (79)$$

Porém, como já discutimos na sessão 5.1, este efeito é negligente no regime em que a frequência de oscilação é mensurável. A probabilidade de oscilação, na ordem mais baixa em  $m_k^2/E^2$  é dada por

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L) &= \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \times \\ &\times \exp \left[ -2\pi i \frac{L}{L_{kj}^{\text{osc}}} - \left( \frac{L}{L_{kj}^{\text{coh}}} \right)^2 - 2\pi^2 \left( 1 - \frac{\vec{L} \cdot \vec{\xi}}{L} \right)^2 \left( \frac{\sigma_x^2}{L_{kj}^{\text{osc}}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (80)$$

Onde  $L_{kj}^{\text{osc}} = 4\pi E/\Delta m_{kj}^2$  é a distância de oscilação e  $L_{kj}^{\text{coh}} = 4\sqrt{2}E^2\sigma_x/|\Delta m_{kj}^2|$  é a distância de coerência. No limite em que os efeitos do pacote de onda são negligenciáveis, para  $L \ll L_{kj}^{\text{coh}}$  e  $\sigma_x \ll L_{kj}^{\text{osc}}$ , a probabilidade de oscilação se torna a probabilidade usual.

Finalizaremos esta sessão discutindo o significado físico dos termos de coerência e de localidade (o segundo e terceiro termos na exponencial, respectivamente).

O termo de localidade suprime a oscilação caso  $\sigma_x \geq L_{kj}^{\text{osc}}$ . Isso significa que, para observar oscilação proveniente da interferência entre as componentes de neutrinos massivos  $k$  e  $j$ , os processos de produção e detecção precisam ser locais no espaço separados por uma distância no espaço-tempo muito menor do que  $L_{kj}^{\text{osc}}$ . Na prática, este termo nos diz que quanto maior a energia do neutrino, mais os detectores precisam estar afastados da fonte. Como discutido em (Kayser, 1981), este termo é o que difere experimentos de oscilação de neutrinos de experimentos que tentam medir a massa dos neutrinos através de conservação do momento nos processos de geração de neutrinos. Caso  $\delta m_k^2 \left| \Delta m_{kj}^2 \right|$ , a massa do neutrino  $\nu_k$  é medida com uma precisão maior do que a diferença das massas ao quadrado. Como resultado, o neutrino  $\nu_j$  que seria produzido e interferiria com  $\nu_k$  gerando as oscilações não é produzido e a oscilação não ocorre. O termo de localidade mostra isso

$$-2\pi^2 \left( \frac{\sigma_x}{L_{kj}^{\text{osc}}} \right)^2 = -\left( \frac{\Delta m_{jk}^2}{4\sqrt{2}E\sigma_p} \right) \approx -\frac{1}{4} \left( \frac{\Delta m_{jk}^2}{\delta m_k^2} \right)^2 \quad (81)$$

pois

$$\delta m_k^2 = \sqrt{(2E_k \delta E_k)^2 + (2|\vec{p}_k| \delta |\vec{p}_k|)^2} \approx 2\sqrt{2}E\sigma_p \quad (82)$$

No limite em que a interferência ocorre, o termo de localidade pode ser ignorado. A equação para a probabilidade de transição se torna

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \times \quad (83)$$

$$\times \exp \left[ -2\pi i \frac{L}{L_{kj}^{\text{osc}}} - \left( \frac{L}{L_{kj}^{\text{coh}}} \right)^2 \right]$$

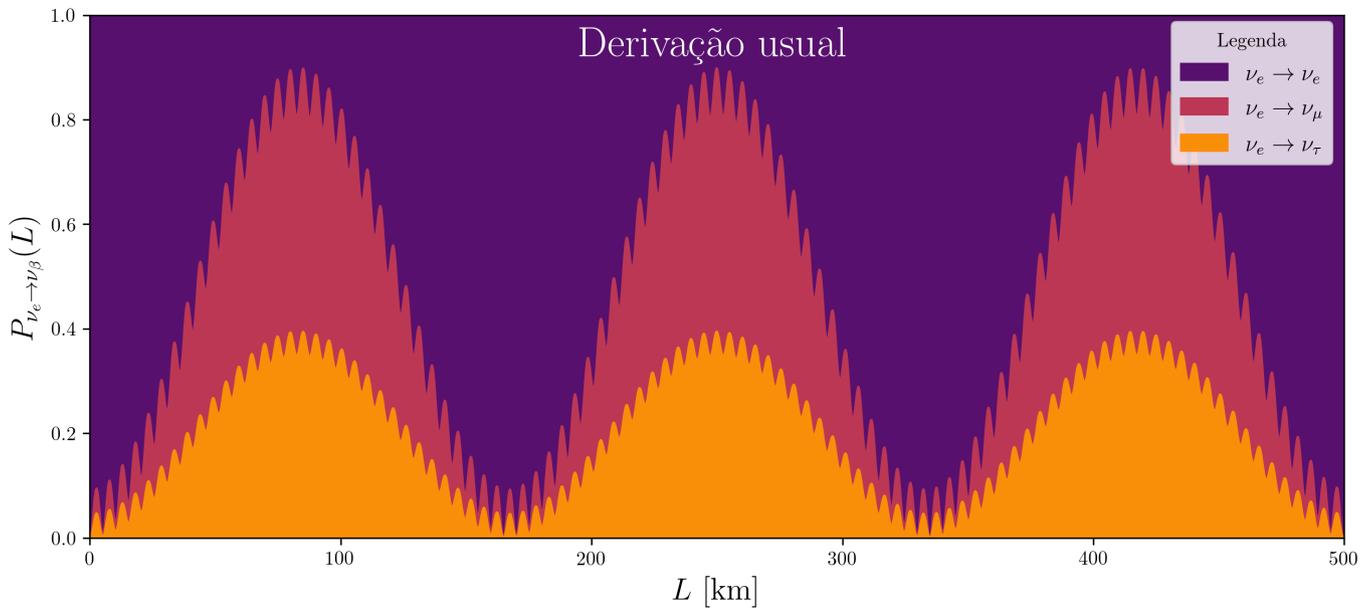
Para distâncias maiores que  $L \gg L_{kj}^{\text{coh}}$ , a decoerência suprime a oscilação (Figura 3). A partir destas distâncias, a separação entre os pacotes de onda dos neutrinos massivos impede a interferência e a oscilação (Kiers et al., 1996). Neste caso, apenas um dos estados de massa contribui para o processo de detecção. Caso a distância seja menor que a distância de coerência, este termo também se torna negligente e a expressão para a oscilação de neutrinos assume a forma usual conhecida.

O tratamento por pacotes de onda é necessário para derivarmos as probabilidades de oscilação em uma teoria quântica consistente, que precisa levar em conta a localidade da criação e a detecção de partículas, associadas às incertezas dos momentos e posições. Na prática, o tratamento por pacotes de onda pode ser negligenciado pois em experimentos de oscilação  $L \ll L_{jk}^{\text{coh}}$  e os experimentos não possuem resolução o suficiente para diferenciar as amplitudes de probabilidade em função do processo de criação e detecção (Kiers et al., 1996). A necessidade da descrição com pacotes de onda para descrever realisticamente fenômenos que envolvem interferência é presente também em experimentos de interferometria de nêutrons (Comsa, 1983).

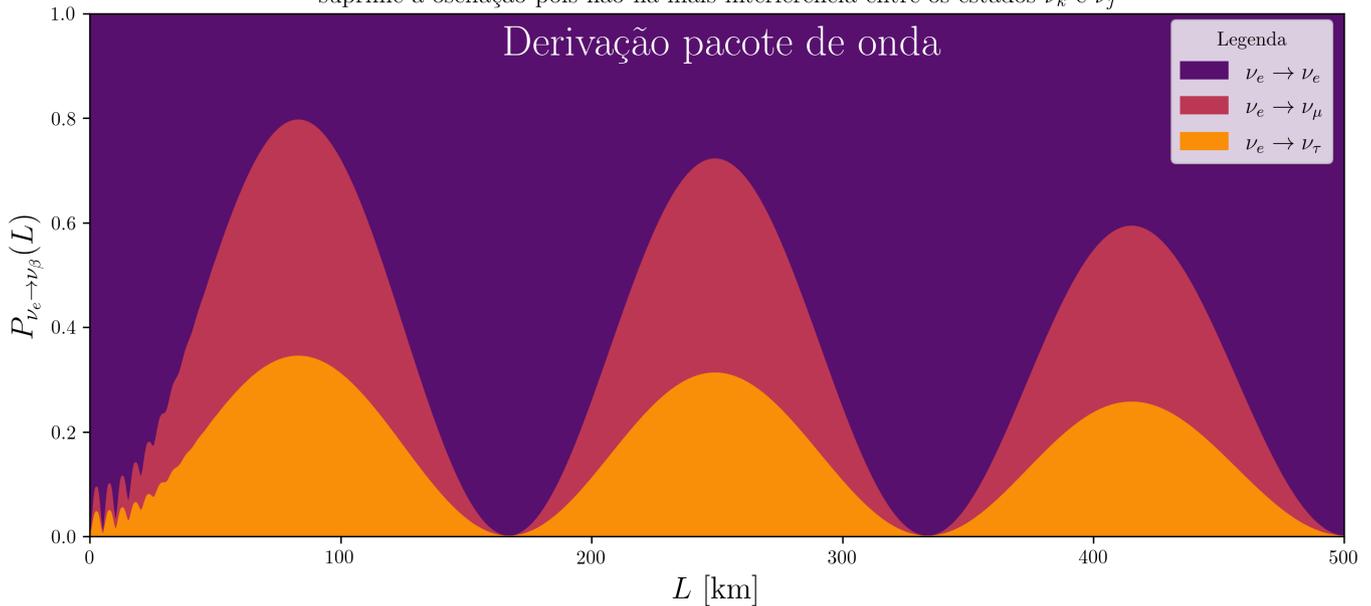
No futuro, a existência dos pacotes de onda para os neutrinos massivos pode ser observada experimentalmente com uma maior sensibilidade para diferenças introduzidas pelos diferentes processos de produção, e a um controle maior da razão  $L \ll L_{jk}^{\text{coh}}$ .

## References

- Comsa, G. 1983, Physical Review Letters, 51, 1105
- Giunti, C. 2004, Foundations of Physics Letters, 17, 103
- Giunti, C., & Kim, C. W. 2007, Fundamentals of neutrino physics and astrophysics (Oxford university press)
- Gonzalez-Garcia, M. C., Maltoni, M., & Schwetz, T. 2016, Nuclear Physics B, 908, 199
- Kayser, B. 1981, Physical Review D, 24, 110
- Kiers, K., Nussinov, S., & Weiss, N. 1996, Physical Review D, 53, 537
- Pauli, W. 1930, Pauli letter collection: letter to Lise Meitner, Tech. rep.
- Reines, F., & COWANjun, C. L. 1956, Nature, 178, 446
- Sakurai, J. J., & Commins, E. D. 1995, Modern quantum mechanics, revised edition



Na abordagem por pacotes de onda, caso  $L \gg L_{kj}^{\text{coh}}$  a decoerência entre os estados de neutrinos massivos suprime a oscilação pois não há mais interferência entre os estados  $\nu_k$  e  $\nu_j$



$$\Delta m_{21}^2 = 7.53 \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{32}^2 = 2.44 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$\theta_{21} = 33.44^\circ, \theta_{31} = 8.88^\circ, \theta_{32} = 45.00^\circ$$

$$\delta_{CP} = 0, E = 1 \text{ GeV}, \sigma_x = 10$$

**Figure 3.** Diferença entre a probabilidade de oscilação prevista pela derivação usual (figura superior) e a probabilidade prevista pela derivação através de pacotes de onda (figura inferior).